

Examenul național de bacalaureat 2026
Simulare județeană
Proba E.c) Matematică *M_șt-nat*
Barem de evaluare și notare
Varianta 1

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I
(30 de puncte)

1.	$z = a + bi$, cu $a, b \in \mathbb{R}$ $a + bi + 2(a - bi) = 9 - 4i$ $3a - bi = 9 - 4i$ deci $a = 3$ și $b = 4$ $z = 3 + 4i$	1p 3p 1p
2.	Graficul funcției f este tangent axei Ox dacă și numai dacă $\Delta = 0$ $\Delta = 9m^2 - 4(4m + 1)$ $9m^2 - 16m - 4 = 0$, de unde obținem $m = 2$ care convine și $m = -\frac{2}{9}$ care nu convine	1p 1p 3p
3.	$\log_3(x^2 - 3) + \log_3 3 = \log_3(5x + 3)$ $3x^2 - 9 = 5x + 3$, de unde $3x^2 - 5x - 12 = 0$ $x = 3$, care convine și $x = -\frac{4}{3}$, care nu convine	1p 2p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile Pătratele perfecte care se pot obține ca produsul a două cifre sunt 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81- avem 26 cazuri favorabile- elementele mulțimii $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 11, 22, 14, 41, 33, 19, 91, 28, 82, 44, 55, 66, 49, 94, 77, 88, 99\}$, adică $p = \frac{26}{90} = \frac{13}{45}$.	2p 3p
5.	M , mijlocul segmentului AB , are coordonatele $(-2, 5)$ M este mijlocul segmentului OC $C(-4, 10)$	2p 2p 1p
6.	$\sin(\pi + x) = -\sin x$ și $\cos(2\pi + x) = \cos x$ Cum $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, obținem $4 \sin^2 x + 4 \cos^2 x = 4$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 0 + 0 - 0 - 0 - 0 = 1$	2p 3p
b)	$A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x & 0 & 1 \end{pmatrix}, A(y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & y \\ 0 & 1 & 0 \\ 3y & 0 & 1 \end{pmatrix}, A(x) + A(y) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & x+y \\ 0 & 2 & 0 \\ 3x+3y & 0 & 2 \end{pmatrix}$	2p

	$A\left(\frac{x+y}{2}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \left(\frac{x+y}{2}\right) \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 \cdot \left(\frac{x+y}{2}\right) & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 2A\left(\frac{x+y}{2}\right) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & x+y \\ 0 & 2 & 0 \\ 3(x+y) & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $= A(x) + A(y) = 2A\left(\frac{x+y}{2}\right)$	2p
		1p
c)	$A(a^2+1)A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a^2+1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3(a^2+1) & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ 3a & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 1+3a^3+3a & 0 & a^2+a+1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3a^2+3a+3 & 0 & 3a^3+3a+1 \end{pmatrix}$ $A(a^2+a+1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a^2+a+1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3(a^2+a+1) & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 1+3a^3+3a=1,$ <p>prin urmare $3a^3+3a=0$, deci $a=0$.</p>	1p
		1p
		2p
		1p
2.a)	$1 * 1 = \frac{1}{1+1+1+1} =$ $\frac{1}{4}$	3p
		2p
b)	$x * x \leq 1$ este echivalentă cu $\frac{x^2}{x^2+2x+1} \leq 1$. Cum $x^2+2x+1 = (x+1)^2 > 0$, inecuația se reduce la $2x+1 \geq 0$. Prin urmare, $x \in \left[-\frac{1}{2}, \infty\right)$.	1p
		2p
		2p
c)	Din $m * n \leq \frac{3}{5}$, se obține $5mn \leq 3mn + 3m + 3n + 3$. Astfel, se obține $2\left(m - \frac{3}{2}\right)\left(n - \frac{3}{2}\right) \leq \frac{15}{2}$, deci $(2m-3)(2n-3) \leq 15$. m, n sunt numere naturale pare nenule, rezultă $(m, n) \in \{(2,2), (2,4), (2,6), (2,8), (4,2), (6,2), (8,2)\}$.	2p
		2p
		1p

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = e^x \cdot (x^2 - x + 1) + e^x \cdot (2x - 1) =$ $= e^x \cdot (x^2 - x + 1 + 2x - 1) = e^x \cdot (x^2 + x), x \in (0, \infty)$.	3p
		2p
b)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \cdot (x^2 - x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 1}{e^{-x}} \stackrel{L'Hospital}{=} 0$ $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{-e^{-x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{-e^{-x}} = 0$, de unde dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptota orizontală la graficul lui f spre $-\infty$.	2p
		1p
		2p
c)	$f'(x) \leq 0$, pentru $x \in [-1, 0]$, deci f este descrescătoare pe intervalul $[-1, 0]$, $x \in [-1, 0]$ implică $x^2 \in [0, 1]$ și $f'(x) \geq 0$, pentru $x \in [0, \infty)$, deci f este crescătoare pe $[0, 1]$. Se obține $f(0) \leq f(x) \leq f(-1), x \in [-1, 0]$, $f(0) \leq f(x^2) \leq f(1), x \in [-1, 0]$, Adunând cele două inegalități, membru cu membru, se obține relația cerută.	3p
		2p
2.a)	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx = (-\cos x + \sin x) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} =$ $= 1 - (-1) = 2$.	3p
		2p
b)	Observăm că $\int e^x f(x) dx = \int e^x (\sin x + \cos x) dx = \int (e^x)' \cdot \sin x + e^x \cdot (\sin x)' dx =$ $\int (e^x \cdot \sin x)' dx = e^x \cdot \sin x + C$	3p
		2p

c)	Pentru $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\sin x, \cos x \in [0, 1]$, de unde deducem că $\sin x \geq \sin^2 x$ și $\cos x \geq \cos^2 x$. Adunând cele două inegalități, obținem $\sin x + \cos x \geq \sin^2 x + \cos^2 x = 1$. Atunci $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{f(x)} dx \geq \int_0^{\frac{\pi}{2}} e dx = \frac{\pi}{2} \cdot e$.	3p 2p
----	--	------------------------